Bemerkung zur Arbeit „Die Vielteilchen-T-Matrix und ihre Anwendung in der Theorie realer Gase von mittlerer Dichte. I“ *

K. Baerwinkel

Institut für Theoretische Physik der Universität Marburg

(Z. Naturforsch. **24 a**, 484 [1969]; eingegangen am 1. Februar 1969)

Die Einteilchenverteilungsfunktion [Gl. (36) [1]] ist gegeben durch

$$g^{<}(p,E)=\frac{z}{(2\,\pi\,\hbar)^3}\,\frac{e^{-\beta E}}{1-(\pm z\,e^{-\beta E})}\,a(p,E)\,. \tag{1}$$

Die Dichteentwicklung der Fugazität $z=\exp\beta\,\mu$ folgt aus der (quantenmechanischen) großkanonischen Zustandssumme

$$Z_g=\exp\frac{p\,V}{\varkappa\,T}=1+\sum_{N=1}^{\infty}z^N Z_N\,. \tag{2}$$

Hier entwickle man die Exponentialfunktion und setze die Virialreihe für den Druck ein. Auf der rechten Seite können die kanonischen Zustandssummmen Z_N für N Teilchen in bekannter Weise mit Hilfe der quantenmechanischen Virialkoeffizienten eliminiert werden; z. B. gilt

$$B(T)=-\frac{\lambda^6}{V}\,Z_2+\tfrac{1}{2}\,V\,. \tag{3}$$

Setzt man z als Potenzreihe in n an, so folgt

$$z/\lambda^3=n+2\,B(T)\;n^2+O(n^3)\,. \tag{4}$$

Dies wird zusammen mit der Dichteentwicklung für die Spektralfunktion [vgl. (39) [1]] in (1) eingesetzt und, da das Integral über $g^{<}(p,E)$ gerade n ist, darf bei seiner Berechnung z. B. kein Term $\sim n^2$ entstehen. Daher gilt

$$\begin{aligned}0=2\,\lambda^3 B(T)&\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{(2\,\pi\,\hbar)^3}\exp\left\{-\beta\,\frac{p^2}{2\,m}\right\}\\&\pm\lambda^6\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{(2\,\pi\,\hbar)^3}\exp\left\{-\beta\,\frac{p^2}{m}\right\}\\&+\lambda^3\lim_{z\to 0}\int\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{(2\,\pi\,\hbar^3)}\int\mathrm{d}E\,\frac{e^{-\beta E}}{1-(\pm z\,e^{-\beta E})}\,\alpha(p,E)\,.\end{aligned} \tag{5}$$

$\alpha(p,E)$ ist nach (92) [1] explizit bekannt und nach Ausführen des Grenzübergangs $z\to 0$ liefert (5):

$$\begin{aligned}B(T)&=\mp 2^{-5/2}\,\lambda^3-\\&-\tfrac{1}{2}\,(2\,\pi\,m\,\varkappa\,T)^{-3/2}\int\mathrm{d}\boldsymbol{p}\,\mathrm{d}E\;e^{-\beta E}\,\alpha(p,E)\,.\end{aligned} \tag{6}$$

Wenn in (1) der Nenner formal als geometrische Reihe entwickelt wird, ergibt sich mit (6) bis zur zweiten Ordnung in n die durch (40) [1], (41) [1] und (43) [1] gegebene Darstellung für $g^{<}$. Obwohl nun die Variable E in $g^{<}(p,E)$ durchaus beliebig negative Werte annehmen kann, so daß die Entwicklung des Nenners nach z nicht allgemein möglich ist, bleibt (43) [1] im Sinne einer Distribution, d. h. unter einem Integral $\int\mathrm{d}\boldsymbol{p}\mathrm{d}E\ldots$ richtig. Speziell für Überintegration mit der Gewichtsfunktion 1 ist dies praktisch durch (6) bewiesen; denn die Berechnung der rechten Seite liefert das schon bekannte exakte $B(T)$ [vgl. (97) [1]]. Gl. (42) [1] kommt somit bei genauerer Überlegung gar nicht vor, ist also nicht gültig.

* Im folgenden mit [1] gekennzeichnet.

Nachdruck — auch auszugsweise — nur mit schriftlicher Genehmigung des Verlages gestattet
Verantwortlich für den Inhalt: A. Klemm
Satz und Druck: Konrad Triltsch, Würzburg